# Concours d'accès en 1ère année des ENSA Maroc

## Août 2014

**Epreuve de Mathématiques** **Durée : 1H30 min**

**Exercice 1 :**

Soit $u_n$ et $v_n$ les suites réelles définies par :

$$u_0 = \alpha\,,\ v_0 = \beta \quad avec\ 0 < \alpha < \beta \quad et \quad \forall\, n \in \mathbb{N} : \quad \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{{u_n}^2}{u_n+v_n} \\ v_{n+1} = \dfrac{{v_n}^2}{u_n+v_n} \end{cases}$$

On pose : $x_n = \dfrac{u_n}{v_n}$ et $y_n = u_n - v_n$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Q1.** La suite $(x_n)$ : | | | |
| A) Converge vers $\frac{\alpha}{\beta}$ | B) Converge vers 1 | C) Converge vers 0 | D) Diverge |
| **Q2.** La suite $(y_n)$ : | | | |
| A) Converge vers $\alpha - \beta$ | B) Converge vers $\alpha + \beta$ | C) Converge vers 0 | D) Diverge |
| **Q3.** La suite $(u_n)$: | | | |
| A) Converge vers $\alpha$ | B) Converge vers $\beta$ | C) Converge vers 0 | D) Diverge |
| **Q4.** La suite $(v_n)$: | | | |
| A) Converge vers $\alpha - \beta$ | B) Converge vers $\beta - \alpha$ | C) Converge vers $\beta$ | D) Diverge |
| **Q5.** Soit $\delta$ un élément de $]0,1[$. $\lim\limits_{n\to+\infty} \prod\limits_{k=0}^{n} (1+\delta^{2^k}) =$ | | | |
| A) 1 | B) $+\infty$ | C) $\frac{1}{1-\delta}$ | D) $\frac{1}{1+\delta}$ |

**Exercice 2 :**

Calculer les intégrales suivantes:

**Q6.** $\int_0^{\pi} e^t \cos 2t \ dt =$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $\frac{e^{\pi}}{5}$ | B) $\frac{e^{\pi}+1}{5}$ | C) $\frac{e^{\pi}-2}{5}$ | D) $\frac{e^{\pi}-1}{5}$ |

**Q7.** $\int_0^{\pi} e^t \cos^2 t \ dt =$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $\frac{e^{\pi}-1}{5}$ | B) $\frac{4(e^{\pi}+1)}{5}$ | C) $\frac{3(e^{\pi}-1)}{5}$ | D) $\frac{e^{\pi}+2}{5}$ |

**Exercice 3:**

Soit $f$ une fonction continue sur $[a, b]$ et telle que : $\forall x \in [a, b], f(a + b - x) = f(x)$.

**Q8.** L'intégrale

$$\int_a^b t f(t) dt =$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $\frac{a+b}{2}\int_a^b f(t)dt$ | B) $\frac{a-b}{2}\int_a^b f(t)dt$ | C) $\frac{a}{2}\int_a^b f(t)dt$ | D) $\frac{b}{2}\int_a^b f(t)dt$ |

**Q9.** L'intégrale

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin t}{3 + \cos^2 t} dt =$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ | B) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ | C) $\frac{\pi}{3}$ | D) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ |

**Q10.** L'intégrale

$$\int_0^{\pi} \frac{t \sin t}{3 + \cos^2 t} dt =$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$ | B) $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ | C) $\frac{\pi^3}{6\sqrt{3}}$ | D) $\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}}$ |

**Exercice 4:**

On note $a = \dfrac{\sqrt[3]{41\sqrt{5}+54\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$, $b = \dfrac{\sqrt[3]{54\sqrt{3}-41\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$ et $\lambda = a + b$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Q11.** Le produit $ab$ vaut | | | |
| A) $\frac{1}{3}$ | B) $\frac{2}{3}$ | C) $\frac{7}{3}$ | D) 1 |
| **Q12.** $\lambda$ est solution de l'équation | | | |
| A) $x^3 - 7x - 36 = 0$ | B) $x^3 + 7x - 21 = 0$ | C) $x^3 - 7x = 0$ | D) $x^3 - 7x - 35 = 0$ |
| **Q13.** La valeur de $\lambda$ est alors | | | |
| A) nulle | B) un réel pair | C) un réel impair | D) $\lambda > 4$ |

**Exercice 5:**

Un candidat se présentant à un concours, doit répondre d'une manière successive à une série de questions $(Q_n)_{n>0}$. L'épreuve est présentée en ligne et autre que $Q_1$, l'accès à $Q_n$ n'est possible que si le candidat donne une réponse à $Q_{n-1}$. On admet que:

- la probabilité de donner une bonne réponse à $Q_1$ est 0,1.
- pour $n > 1$;
  - si le candidat donne une bonne réponse à $Q_{n-1}$, la probabilité de donner une bonne réponse à $Q_n$ est 0,8.
  - si le candidat donne une mauvaise réponse à $Q_{n-1}$, la probabilité de donner une bonne réponse à $Q_n$ est 0,6.

On note pour tout entier naturel $n$ non nul, $B_n$ l'évènement "L'étudiant donne une bonne réponse à la question $Q_n$" et $P_n$ la probabilité de $B_n$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Q14.** La valeur de P2 est : | | | |
| A) 0,52 | B) 0,59 | C) 0,54 | D) 0,62 |
| **Q15.** L'étudiant a répondu correctement à la deuxième question, la probabilité qu'il ait donné une mauvaise réponse à la première vaut | | | |
| A) $\frac{27}{37}$ | B) $\frac{21}{37}$ | C) $\frac{27}{31}$ | D) $\frac{21}{31}$ |
| **Q16.** La probabilité que le candidat ait au moins une bonne réponse aux trois premières questions est | | | |
| A) 0,856 | B) 0,865 | C) 0,685 | D) 0,585 |

ENSA

Royaume du Maroc

Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche Scientifique et de la Formation des Cadres

**Exercice 6:**

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; unité graphique 1cm.
Soit A le point d'affixe $3i$. On appelle $f$ l'application qui, à tout point M d'affixe z, distinct de A, associe le point M' d'affixe z' définie par

$$z' = \frac{3iz - 7}{z - 3i}$$

On dit que M est invariant si M=M'.

**Q17.** $f$ admet deux points invariants B et C et on note $z_B$ *et* $z_C$ les affixes respectives. Montrer que la somme des parties imaginaires de $z_B$ *et* $z_C$ vaut

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) -6 | B) 6 | C) 5 | D) $-5$ |

On admet que B et C sont tels que $|im(z_B)| > |im(z_C)|$ et on appelle $\mathcal{E}$ le cercle de diamètre $[BC]$ .
Soit M un point quelconque de $\mathcal{E}$ différent de B et de C et M' son image par $f$

**Q18.** Il existe un réel $\Theta$ tel que l'affixe z de M s'écrit

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $3i - 4e^{i\Theta}$ | B) $-3i - 4e^{i\Theta}$ | C) $3i + 4e^{-i\Theta}$ | D) $3i + 4e^{i\Theta}$ |

**Q19.** Il existe un réel $\Theta$ tel que l'affixe $z'$ de M' s'écrit

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) $3i - 4e^{-i\Theta}$ | B) $-3i + 4e^{i\Theta}$ | C) $-3i - 4e^{-i\Theta}$ | D) $3i + 4e^{-i\Theta}$ |

**Q20.** Le point M'

| | | | |
|---|---|---|---|
| A) est à l'intérieur du cercle $\mathcal{E}$ | B) est à l'extérieur du cercle $\mathcal{E}$ | C) appartient au cercle $\mathcal{E}$ | D) est le centre du cercle $\mathcal{E}$ |