

مباراة ولوج السنة الأولى لكلية طب الأسنان - السبت 21 يوليوز 2007 - المادة: الرياضيات

www.prepa-concours.blogspot.com

التمرين الأول ليكن العدد العقدي $z = (1-i)(1+i\sqrt{3})$

(1) أكتب z على الشكل الجبري.

(2) أكتب z على الشكل المثلثي.

(3) استنتج قيمتي $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.

التمرين الثاني نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR_+^* كما يلي:

$$f(x) = \frac{\sqrt{e^{2x} - e^x}}{x}$$

و الدالة g المعرفة كالتالي: $g(x) = \ln[f(x)]$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) تحقق أنه مهما كان x في IR_+^* :

$$g(x) = \frac{1}{2}(x - \ln x) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)$$

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

التمرين الثالث لتكن المتتالية الحقيقية (u_n) المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3}u_{n-1} \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

نضع: $v_n = u_n - u_{n-1}$ لكل $n \geq 1$

(1) بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية.

(2) نضع: $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(أ) أحسب S_n ثم u_n بدلالة n

(ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع

(1) تحقق أن لكل x في $IR - \{0, -1\}$ لدينا: $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{1+x}$

(2) ليكن λ عددا حقيقيا أكبر قطعا من 1.

أحسب، بدلالة λ التكامل: $\int_1^\lambda \frac{1}{x(1+x)} dx$

(3) نعتبر الدالة f المعرفة على $[1, +\infty[$ كما يلي: $f(\lambda) = \int_1^\lambda \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx$

(أ) باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب $f(\lambda)$ بدلالة λ .

(ب) أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} f(\lambda)$